Demographie und Lohnunterschiede*

Christoph Sax†

11. Dezember 2007

Zusammenfassung

Die Löhne von hoch- und geringqualifizierten Arbeitnehmern divergieren in den meisten Industrieländern seit den siebziger Jahren. Gemeinhin wird dies einer technologischen Entwicklung zugeschrieben, die geringqualifizierte Arbeit durch Kapital und hochqualifizierte Arbeit ersetzt. Der demographische Wandel könnte diese Entwicklung möglicherweise bremsen, da mit der Alterung der Gesellschaft eine Verschiebung der Nachfrage hin zu geringqualifizierten Dienstleistungen verbunden sein könnte. In dieser Arbeit wird ein einfaches Modell vorgestellt, das diesen Wandel veranschaulicht.

J.E.L. Klassifikation: J11, J31
Stichworte: Lohndisparität, demographischer Wandel

* Ich bedanke mich bei Daniel Heuermann, Kai Kühne und bei Seminarteilnehmern an der Universität Trier für wertvolle Hinweise und Kommentare.

† Universität Trier, IAAEG, Email: christoph.sax@gmail.com.

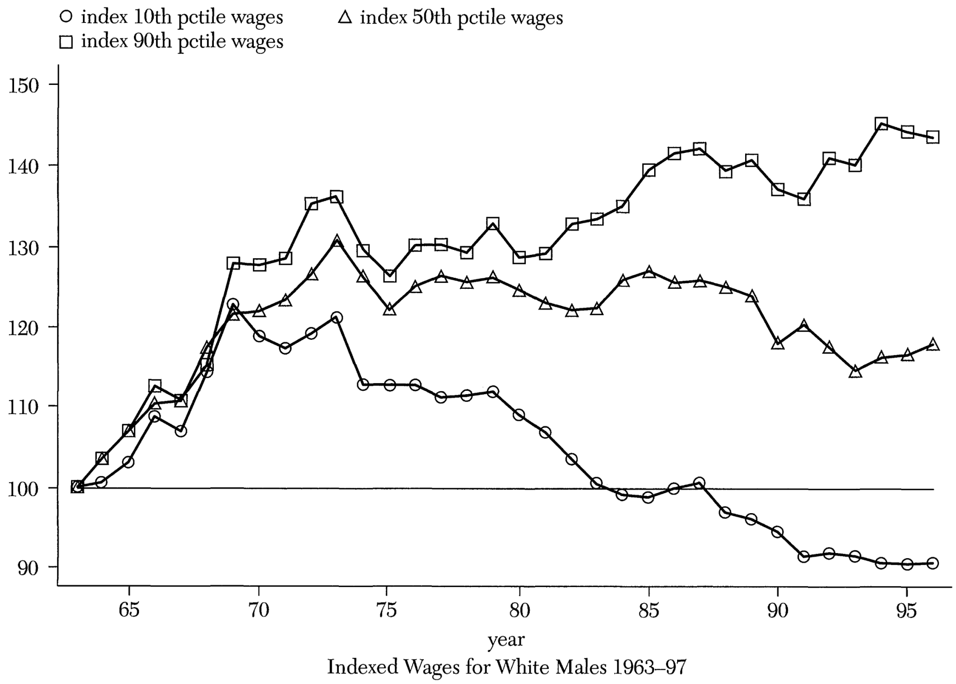

Abb. 1: Index des neunten, fünften und ersten Dezils der Lohnverteilung von weißen Männern in den Vereinigten Staaten von 1963 bis 1997. Grafik aus Acemoglu (2002).

1 Einleitung

Seit den siebziger Jahren haben sich die Lohnunterschiede zwischen hoch- und geringqualifizierten Arbeitnehmern in den meisten Industrieländern vergrößert. Besonders stark nahmen die Lohnunterschiede in Großbritannien und den Vereinigten Staaten zu. Abbildung 1 veranschaulicht diesen Sachverhalt und zeigt die reale Lohnentwicklung des obersten, des fünften und des untersten Dezils der Lohnverteilung in den USA. Seit den siebziger Jahren hat der Lohn des untersten Dezils deutlich, derjenige des Medians leicht abgenommen, während der Lohn des obersten Dezils deutlich angestiegen ist.

In Kontinentaleuropa war die Zunahme der Lohnunterschiede weniger dramatisch. Deutschland etwa wurde verschiedentlich als Gegenbeispiel zu den angelsächsischen Ländern angeführt (Nikutowski 2007), scheint aber in neuerer Zeit ebenfalls von einer deutlichen Lohndivergenz betroffen zu sein. Abbildung 2 zeigt das oberste, das fünfte, und das unterste Dezil der Lohnverteilung in Westdeutschland. Während sich die Löhne der verschiedenen Einkommensschichten lange Zeit ähnlich entwickelt haben, bewegen sie sich seit der Mitte der neunziger Jahre auseinander. Hinzu kommt, dass in Europa seit den siebziger Jahren die Arbeitslosigkeit stieg, wovon geringqualifizierte Arbeitnehmer in besonderem Maße betroffen waren (Berman u. a. 1998).

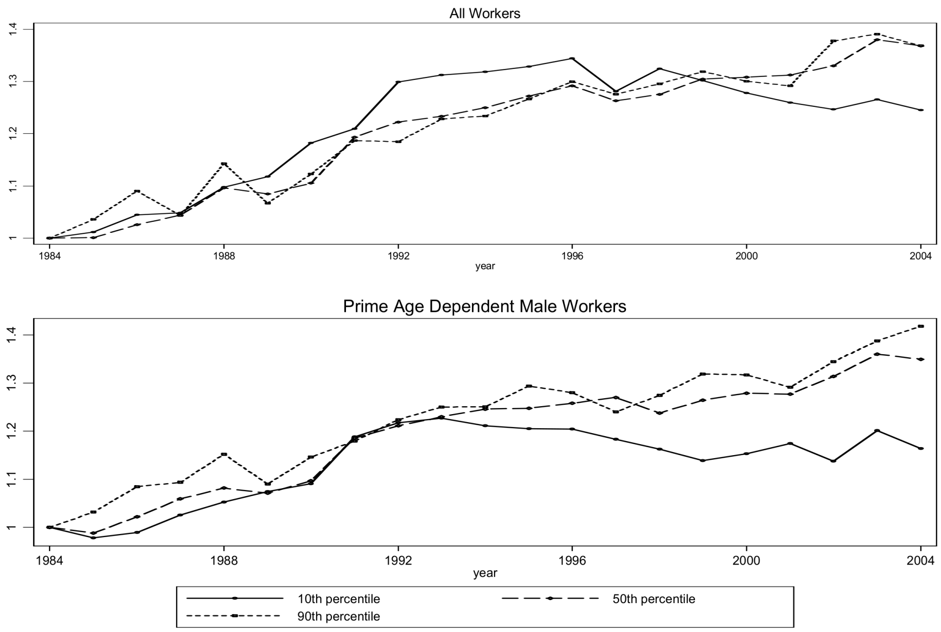

Abb. 2: Index des neunten, fünften und ersten Dezils der Lohnverteilung von allen Arbeitnehmern sowie männlichen Arbeitnehmern in Westdeutschland von 1984 bis 2004. Grafik aus Gernandt und Pfeiffer (2006).

Mindestens vier Erklärungen für dieses Phänomen werden in der Literatur genannt: (1) *Skill-Biased Technological Change* (SBTC), Technologischer Wandel, der zu einem relativen Anstieg der Nachfrage nach hochqualifizierten Arbeitskräften führt; (2) der Handel mit Niedriglohnländern, wobei die Produktion von geringqualifikations-intensiven Produkten ausgegliedert werden kann; (3) Fehler im Erziehungssystem und (4) die Einwanderung von Geringqualifizierten. Die SBTC Hypothese gilt in der Literatur als bei weitem die wichtigste Ursache für Veränderungen der Lohnstruktur (Leamer 1996).

Diese Arbeit möchte dieser Liste einen weiteren möglichen Erklärungsansatz hinzufügen – Demographie. In den nächsten fünfzig Jahren werden geringe Geburtenraten und eine steigende Lebenserwartung den Anteil der Alten explodieren lassen. Abbildung 3 stellt die Abhängigkeitsrate, die das Verhältnis zwischen Arbeitstätigen und Nicht-Arbeitstätigen misst, für Japan dar. Während 1990 2.3 Arbeitstätige einem Nicht-Arbeitstätigen gegenüberstanden, werden es im Jahre 2050 von beiden gleich viele sein. Japan ist ein Extremfall des demographischen Wandels, da seine Geburtenraten seit dem Zweiten Weltkrieg dramatisch gefallen sind. In abgeschwächter Form findet man eine ähnliche Entwicklung aber in allen Industrieländern, wie Abbildung 4 zu entnehmen ist.

Die Auswirkungen des demographischen Wandels auf das Arbeitsangebot sind in der Literatur verschiedentlich untersucht worden (Bloom und Canning 2005).

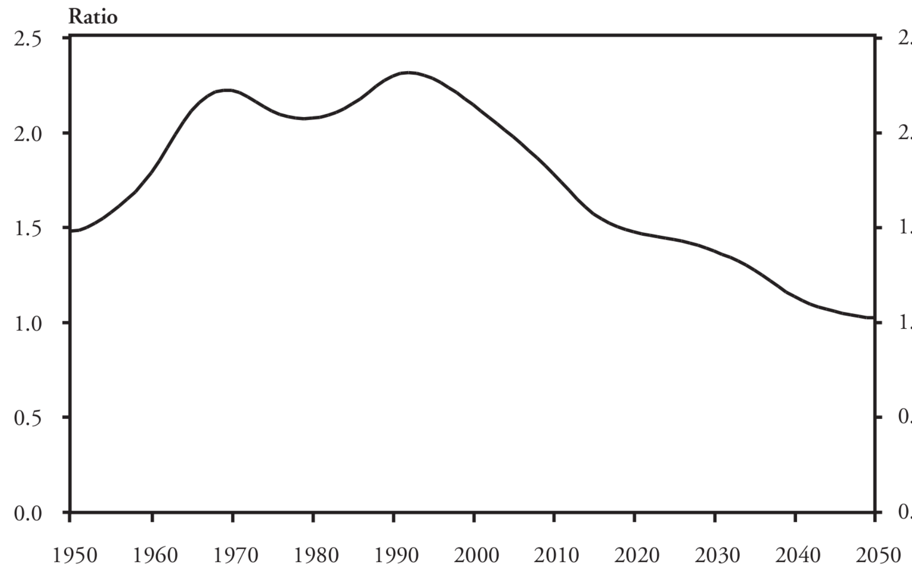

Abb. 3: Verhältnis der arbeitstätigen Bevölkerung zur nicht-arbeitstätigen Bevölkerung in Japan. Grafik aus Bloom und Canning (2005).

Demographischer Wandel beeinflusst aber nicht nur das Arbeitsangebot, sondern auch die Konsumnachfrage. Alte Menschen haben andere Bedürfnisse als junge, fragen andere Produkte nach, und verändern so die Nachfrage nach den Produktionsfaktoren.

So benötigen etwa alte Menschen Pflege, Haushaltshilfe, Verköstigung und medizinische Versorgung, mit Ausnahme des letzten Punktes weder kapital- noch ausbildungsintensive Dienstleistungen. Diese können, im Gegensatz zu Industriegütern, nicht ausgelagert werden, und die Substitution des Produktionsfaktors Arbeit durch Kapital ist, wenn man von Experimenten mit japanischen Pflegerobotern absieht, nur schwer möglich.

Junge Menschen bedürfen anderer Produkte: Kleider, Autos, Laptops und Unterhaltung – Dinge, deren Produktion entweder kapital- und ausbildungsintensiv ist oder aber in Niedriglohnländer ausgelagert werden kann.

In dieser Arbeit wird ein einfaches Modell dargestellt, das mögliche Auswirkungen des demographischen Wandels auf die Lohnunterschiede von Hoch- und Geringqualifizierten veranschaulichen soll. Die Struktur des Modells wird in Abschnitt 2 beschrieben. In Abschnitt 3 wird das Modell hinsichtlich seiner Implikationen für die Lohnunterschiede untersucht. Abschnitt 4 stellt das Modell anhand einiger nummerischer Simulationen dar. Und schließlich fasst Abschnitt 5 die Erkenntnisse zusammen und formuliert weiteren Forschungsbedarf.

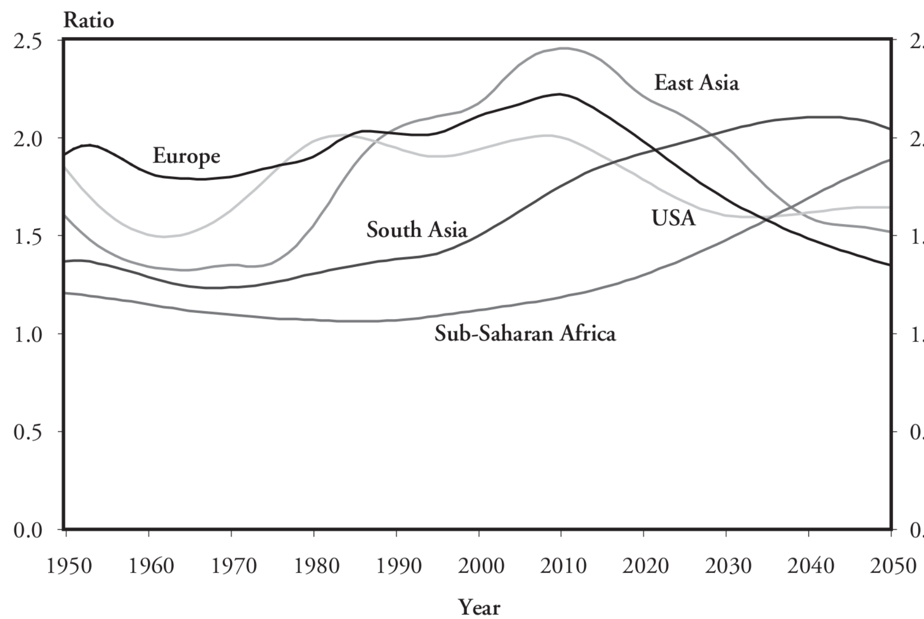

Abb. 4: Verhältnis der arbeitstätigen Bevölkerung zur nicht-arbeitstätigen Bevölkerung nach Kontinentalregionen. Grafik aus Bloom und Canning (2005).

2 Modell

Allgemeines

Die Modellwirtschaft besteht aus alten und jungen Menschen, wobei junge Menschen über ein hohes oder ein niedriges Ausbildungsniveau verfügen. Die Anzahl der alten Menschen beträgt n_o, diejenige der jungen mit hohem Ausbildungsniveau n_h, und diejenige der jungen mit niedrigem Ausbildungsniveau n_l. Jeder der jungen Menschen verfügt über eine Arbeitseinheit, die er unabhängig vom Lohnsatz auf dem Arbeitsmarkt anbietet. Die gesamte Bevölkerung beträgt $n = n_o + n_l + n_h$.

Es werden zwei Produkte hergestellt: Ein Industrieprodukt und ein Pflegeprodukt. Als Produktionsfaktoren dienen hoch- und der geringqualifizierte Arbeitseinsatz der jungen Menschen. Das Industrieprodukt 1 wird ausschließlich von Jungen konsumiert, das Pflegeprodukt 2 ausschließlich von Alten. Junge erhalten ihr Einkommen durch Arbeit, Alte durch eine Rente, die durch ein Umlageverfahren finanziert wird.

Der Preis für das Pflegeprodukt beträgt p, derjenige für das Industrieprodukt wird arbiträr gleich 1 gesetzt. Das Industrieprodukt dient daher als *numeraire* und stellt die Währungseinheit der Volkswirtschaft dar.

Konsum

Junge Menschen konsumieren ausschließlich x_1 Einheiten des Industrieprodukts, alte x_2 Einheiten des Pflegeprodukts. Der Nutzen von Jungen und Alten nimmt mit x_1 bzw. x_2 monoton zu, so dass sich ihre Präferenzen durch die Nutzenfunktionen $U_y = x_1$ bzw. $U_o = x_2$ abbilden lassen.

Junge Menschen erhalten ihr Einkommen aus ihrer Arbeit, wobei sie eine Kopfsteuer zur Finanzierung der Rente abgeben müssen. Alte Menschen finanzieren ihren Konsum aus der Gesamtrente $R = r\,n_o$, wobei r die pro-Kopf Rente bezeichnet. Die Budgetbeschränkungen von jungen und alten Menschen lauten daher $x_1 \leq x_1 + p\,x_2 - T$ bzw. $x_2\,p \leq R$.

Da Junge und Alte jeweils nur ein Produkt konsumieren, sind die Lösungen der beiden Maximierungsprobleme trivial: Junge und Alte verwenden das gesamte verfügbare Einkommen zum Erwerb des jeweiligen Produktes. Alte Menschen konsumieren $x_2 = R/p$, junge $x_1 = I - T$, wobei $I = w_{l1}\,n_{l1} + w_h\,n_h + w_{l2}\,n_{l2}$.[1]

Produktion

Das Industrieprodukt wird mit einer Cobb-Douglas Produktionsfunktion erstellt, deren einzige Produktionsfaktoren hoch- und geringqualifizierte Arbeit sind. Die Funktion verfügt über konstante Skalenerträge; eine Verdoppelung beider Arbeitsmengen führt zu einer Verdoppelung der Produktion. Kapital wird vorerst nicht benötigt.

$$x_1 = A n_h^{\alpha} n_{l1}^{1-\alpha}$$

A bezeichnet das Technologieniveau, n_h den Einsatz hochqualifizierter Arbeit und n_{l1} den Einsatz geringqualifizierter Arbeit in Sektor 1.

Das Pflegeprodukt wird mit einer linearen Produktionsfunktion erstellt, wobei ebenfalls kein Kapital verwendet wird und geringqualifizierte Arbeit den ausschließlichen Produktionsfaktor darstellt.

$$x_2 = n_{l2}$$

n_{l2} bezeichnet dabei den Einsatz geringqualifizierter Arbeit in Sektor 2.

Gewinnmaximierende Unternehmen wählen diejenige Faktormenge, bei der das Wertgrenzprodukt dem Preis des jeweiligen Faktors entspricht. Die Löhne für hoch- und geringqualifizierte Arbeit bei der Produktion von Industriegütern sowie der Lohn von geringqualifizierter Arbeit bei der Produktion von Pflegeprodukten

[1] Der Zusammenhang zwischen T und R lässt sich bereits an dieser Stelle klären. Da Arbeit den ausschließlichen Produktionsfaktor darstellt, entspricht das Lohneinkommen I der gesamten Produktion $x_1 + p\,x_2$. Da Junge $x_1 = I - T$ konsumieren, ist $x_1 = x_1 + p\,x_2 - T$ und daher $T = R$. Die Steuern entsprechen der Rente.

berechnen sich daher folgendermaßen:

$$w_h = \frac{dx_1}{dn_h} = \alpha A \left(\frac{n_{l1}}{n_h}\right)^{1-\alpha} \quad (1)$$

$$w_{l1} = \frac{dx_1}{dn_{l1}} = (1-\alpha) A \left(\frac{n_h}{n_{l1}}\right)^{\alpha} \quad (2)$$

$$w_{l2} = \frac{dx_2}{dn_{l2}} p = 1 \cdot p \quad (3)$$

3 Gleichgewicht und komparative Statik

Gleichgewicht

Im Gleichgewicht sind beide Arbeitsmärkte sowie die Märkte für Industrie- und Pflegeprodukte geräumt, und der Lohnsatz von Geringqualifizierten ist in beiden Sektoren gleich hoch.

Die Nachfrage nach Pflegegütern bestimmt die Anzahl der im Pflegütersektor tätigen Geringqualifizierten

$$r\, n_o / p = n_{l2} \quad (4)$$

Die Arbeitsmärkte sind dann im Gleichgewicht, wenn die Nachfrage dem inelastischen Angebot entspricht ($n_{l1} + n_{l2} = \overline{n_l}$ und $n_h = \overline{n_h}$). Der Arbeitseinsatz Geringqualifizierter im Industriesektor entspricht daher unter Verwendung von (4) dem Residuum:

$$n_{l1} = \overline{n_l} - r\, n_o / p \quad (5)$$

Da der Lohn Geringqualifizierter in beiden Industrien gleich hoch sein soll ($w_{l1} = w_{l2}$), folgt unter Verwendung der BEOs (2) und (3):

$$(1-\alpha) A \left(\frac{n_h}{n_{l1}}\right)^{\alpha} = p \quad (6)$$

Einsetzen von (5) ergibt

$$(1-\alpha) A \left(\frac{\overline{n_h}}{\overline{n_l} - r\, n_o / p}\right)^{\alpha} = p \quad (7)$$

Diese Gleichung bestimmt den Gleichgewichtspreis des Pflegeprodukts, der wegen (3) gleichzeitig dem Lohnsatz für geringqualifizierte Arbeit w_l entspricht. Der Ausdruck kann analytisch nicht aufgelöst werden, lässt sich graphisch aber leicht charakterisieren.

In Abbildung 5 sind die linke und rechte Seite von Gleichung (7) graphisch dargestellt. Die linke Seite stellt den Lohnsatz im Industriesektor als abnehmende Funktion von p dar. Je höher p, desto geringer die Nachfrage des Pflegesektors nach Geringqualifizierten, desto größer der Arbeitseinsatz Geringqualifizierter im

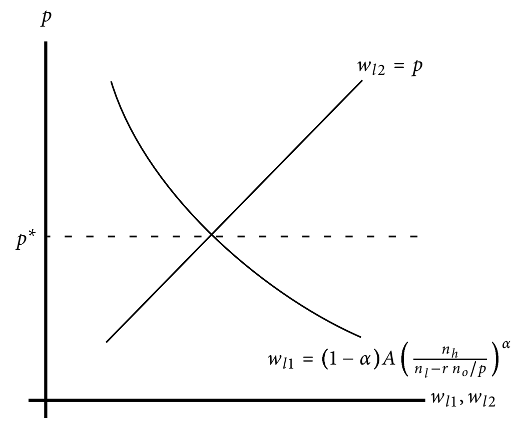

Abb. 5: Allegemeines Gleichgewicht

Industriesektor, desto geringer die Knappheit Geringqualifizierter und desto geringer deren Lohn.

Die rechte Seite stellt den Lohnsatz im Pflegesektor als zunehmende Funktion von p dar. Ein höheres p führt 1:1 zu einem höheren Lohnsatz im Pflegesektor, da die Arbeitnehmer nach ihrem Wertgrenzprodukt entlohnt werden.

Am Schnittpunkt der beiden Kurven sind die Löhne in beiden Sektoren gleich hoch. Der Gĺeichgewichtspreis $p*$ und der Lohn für geringqualifizierte Arbeit w_l^* sind damit bestimmt.

Mit p^* ist zudem der Lohn hochqualifizierter Arbeit w_h^* bestimmt, der sich aus der BEO (1) und aus Gleichung (5) berechnen lässt:

$$w_h^* = \alpha A \left(\frac{\bar{n_l} - r\,n_o/p^*}{\bar{n_h}}\right)^{1-\alpha} \tag{8}$$

Komparative Statik

Wie reagieren die Löhne von Hoch- und Geringqualifizierten auf Veränderungen der exogenen Variablen? Beispielhaft sind in Abbildung 6 die Auswirkungen einer Veränderung der Produktivität A im Industriesektor auf w_l und w_h graphisch dargestellt.

Zum einen führt eine Erhöhung von A zu einer Verschiebung von w_{l1} nach w_{l1}'. Beim alten Preis p würde der Industriesektor höhere Löhne bezahlen. Da nun ein Lohngefälle besteht, wandern Arbeitnehmer vom Pflegesektor in den Industriesektor, erhöhen damit den Lohn im ersten Sektor und senken ihn im zweiten, bis der Lohn in beiden Sektoren w_l' beträgt.

Gleichzeitig verschiebt sich auch die Lohnfunktion (8) der Hochqualifizierten nach rechts. Beim alten Preis würde der Industriesektor auch ihnen einen höheren Lohn bezahlen. Weil sich aber zudem der Gleichgewichtspreis auf p' erhöht, kommt ein zweiter Effekt hinzu: Der höhere Preis erhöht die Beschäftigung Geringqualifi-

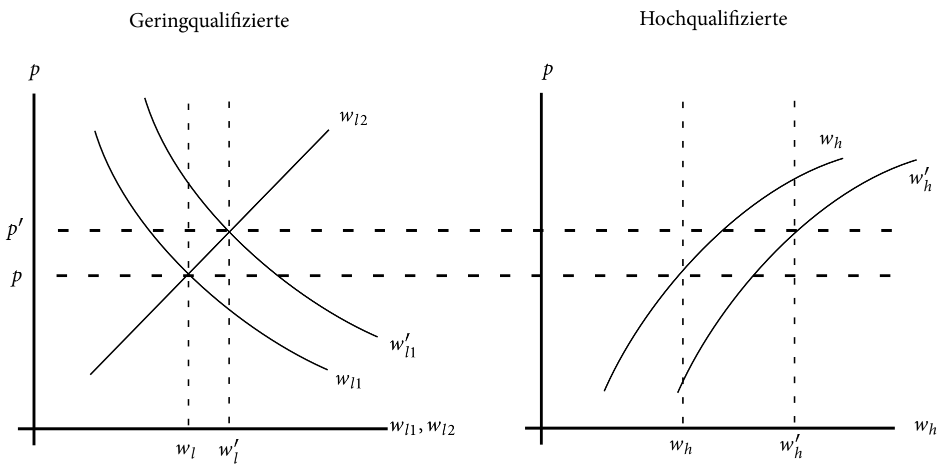

Abb. 6: Komparative Statik – Auswirkungen einer Erhöhung von A auf w_l und w_h

zierter im Industriesektor und erhöht damit zusätzlich den Lohn der Hochqualifizierten.

Die Auswirkungen der übrigen exogenen Schocks können auf dieselbe Weise analysiert werden. Was den Einfluss auf p bzw. w_l betrifft, so ergeben sich damit keine Probleme. Einzig die Interpretation eines α-Schocks ist unklar, da α in (7) an zwei Stellen auftaucht. Eine Analyse mittels Differenzialen (siehe Anhang) führt allerdings zu einem eindeutigen Resultat: Eine höhere Ausbildungsintensität führt für alle positiven Parameterwerte zu einer Reduktion von p bzw. w_l.

Was den Einfluss eines Schocks auf w_h betrifft, so ist die Analyse etwas komplizierter. Zum einen führt ein Schock zu einer Veränderung des Gleichgewichtspreises, zum andern zu einer Verschiebung der Lohnfunktion von Hochqualifizierten. Während etwa eine Erhöhung des Altenanteils n_o bei gleichbleibender Rente pro Kopf den Gleichgewichtspreis und den Lohnsatz Geringqualifizierter erhöht, reduziert sie die Lohnfunktion von Hochqualifizierten, so dass sich zwei entgegengesetzte Effekte gegenüberstehen. Eine Analyse mittels Differenzialen (siehe Anhang) lässt allerdings einen eindeutigen Schluss bezüglich des Nettoeffekts zu: Ein höherer Altenanteil senkt w_h. Mit Ausnahme eines α-Schocks lassen sich auf diese Weise alle Nettoauswirkungen eindeutig bestimmen.[2]

[2] Eine Erhöhung von α kann bei sehr hohen α-Werten und einem sehr geringen Arbeitseinsatz von Hochqualifizierten zu einer Lohnreduzierung führen, da die Gesamtproduktion durch den Bedeutungsgewinn des sehr seltenen Faktors stärker leidet, als die Hochqualifizierten ihren Anteil an den Vergütungen erhöhen können. Für »normale« Werte von α und n_h/n_{nl1} ist aber ein positiver Effekt einer Ausbildungsintensivierung auf w_h zu erwarten (siehe Anhang für eine formale Diskussion).

Tab. 1: Übersicht Komparative Statik

	Variable	w_l	w_h
Technologie	A	+	+
Ausbildungsintensität	α	−	?
Geringqualifizierte	n_l	−	+
Hochqualifizierte	n_h	+	−
Alte	n_o	+	−
Rente	r	+	−

Tab. 2: Parameterwerte zur Kalibrierung des Modells

	Variable	Wert
Zeit	t	1950 – 2049
Technologie	A	1.0
Ausbildungsintensität	α	0.5 – 0.7
Geringqualifizierte	n_l	0.7
Hochqualifizierte	n_h	0.3
Alte	n_o	0.3 – 0.5
Rente	r	0.3

Diskussion

Tabelle 1 fasst die Resultate aus der Differenzialanalyse aus dem Anhang zusammen. Eine Erhöhung von A führt zu einer Erhöhung der Löhne für Hoch- und Geringqualifizierte und trägt zu einer Verschiebung des Faktoreinsatzes in den Industriesektor bei.

Eine Erhöhung der Ausbildungsintensität entspricht dem in der Einleitung erwähnten *Skill-Biased Technological Change*. Er senkt den Lohn von Geringqualifizierten und erhöht in der Regel den Lohn von Hochqualifizierten. In jedem Fall ist mit der Erhöhung der Ausbildungsintensität eine relative Reduktion des Lohnes von Geringqualifizierten verbunden.

Eine Zunahme der Anzahl Geringqualifizierter reduziert deren Lohn und erhöht den Lohn von Hochqualifizierten. Eine Zunahme der Anzahl Hochqualifizierter hat genau den entgegengesetzten Effekt. Solche angebotsseitigen Veränderungen können beispielsweise durch Einwirkungen des Erziehungswesens oder durch Einwanderung verursacht werden.

Schließlich führt eine Zunahme der Gesamtrente bei Geringqualifizierten zu einer Erhöhung, bei Hochqualifizierten zu einer Reduktion des Lohnes. Die Gesamtrente kann sowohl durch eine höhere pro-Kopf Rente als auch durch eine größere Anzahl Alte erhöht werden.

4 Simulation

In diesem Abschnitt soll eine Erhöhung der Ausbildungsintensität und des Altenanteils im Zeitraum von 1950 bis 2049 simuliert werden. Auf Grund der extrem vereinfachenden Struktur des Modells sind keine realistischen Ergebnisse der Simulationen zu erwarten. Entsprechend werden auch keine realistischen Daten zur Kalibrierung verwendet. Eine Simulation ermöglicht zum einen eine leichtere Interpretierbarkeit des Modells, zum anderen lässt sich das gleichzeitige Auftreten verschiedener Schocks untersuchen, was auf analytischer Basis äußerst schwierig ist.

Gemeinhin wird angenommen, dass die Bedeutung hochqualifizierter Arbeit in der Produktion zugenommen hat. Entsprechend nimmt der Parameter α zwischen 1970 und 2000 von 0.5 auf 0.7 zu, bleibt aber in den Jahren zuvor und danach konstant. Zeitlich verzögert tritt von 1990 bis 2030 eine Erhöhung der Anzahl der Alten n_o von 0.3 auf 0.5 ein. Der Verlauf dieser beiden exogenen Variablen ist links oben in Abbildung 7 dargestellt. Die übrigen Parameterwerte sind in Tabelle 2 aufgeführt. Sie bleiben über die Zeit hinweg konstant.

Für jeden Zeitpunkt lassen sich nun Lohnfunktionen für Hoch- und Geringqualifizierte zeichnen, wie sie in Abbildung 5 skizziert worden sind. Oben rechts in Abbildung 7 sind die Lohnfunktionen $w_{l1}(p)$ und $w_{l2}(p)$ für die Jahre 1950, 2000 und 2049 dargestellt. Da $w_{l2}(p) = p$, verändert sich ihr Verlauf naturgemäß nicht. $w_{l1}(p)$ verschiebt sich hingegen erst nach links und später wieder nach rechts. Der Gleichgewichtspreis p^*und damit der Gleichgewichtslohnsatz von Geringqualifizierten w_l^* sinkt dadurch erst und erhöht sich anschließend wieder.

Unten links in Abbildung 7 ist der Verlauf der beiden Lohnsätze w_l und w_h dargestellt. Beide Lohnsätze divergieren bis 2000, wobei sich das Tempo der Divergenz ab 1990 verlangsamt, da hier der demographische Effekt einsetzt. Ab 2000 nähern sich beide Lohnsätze wieder an. Die beiden gestrichelten Linien zeigen das für die Betroffenen relevantere verfügbare Einkommen an, das sich aus dem Lohn abzüglich einer einkommensunabhängigen Kopfsteuer berechnet, die zur Finanzierung der Renten aufgewendet werden muss.

Unten rechts in Abbildung 7 wird der Beschäftigungsanteil der Geringqualifizierten dargestellt, die im Pflegesektor arbeiten. Dieser nimmt sowohl durch die Zunahme der Ausbildungsintensität als auch durch das Anwachsen des Altenanteils zu. Zwischen 1990 und 2000 addieren sich beide Effekte.

5 Schlussfolgerungen

Die Löhne von Hoch- und Geringqualifizierten divergieren in vielen Industrieländern seit den siebziger Jahren. Der demographische Wandel könnte diese Entwicklung möglicherweise bremsen oder umdrehen, da mit der Alterung der Gesellschaft eine Verschiebung der Nachfrage hin zu geringqualifizierten Dienstleistungen verbunden sein könnte.

In dieser Arbeit ist ein einfaches Modell dargestellt worden, das diesen Wandel veranschaulicht. In einer Modellwirtschaft werden zwei Güter hergestellt, von denen das Industrieprodukt nur von Jungen, das Pflegeprodukt nur von Alten konsumiert wird. Beide Produkte unterscheiden sich bezüglich ihres Faktoreinsatzes an hoch- und geringqualifizierter Arbeit. Industrieprodukte benötigen beide Arten von Arbeit, Pflegeprodukte ausschließlich geringqualifizierte. Demographischer

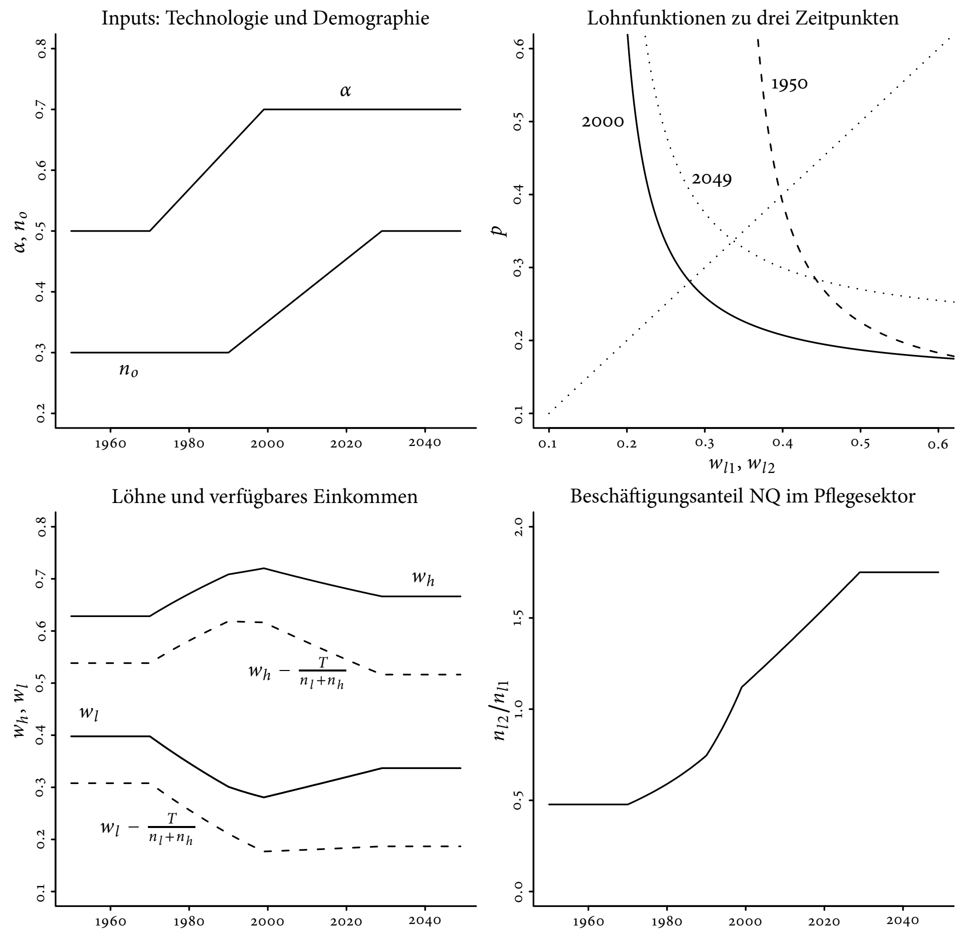

Abb. 7: Simulation des Modells im Zeitverlauf – Exogene Variablen α und n_o (oben links); Lohnfunktionen $w_{l1}(p)$ und $w_{l2}(p)$ für drei Zeitpunkte (oben rechts); Löhne von Hoch- und Geringqualifizierten (unten links); Anteil der Geringqualifizierten im Pflegesektor (unten rechts).

Wandel führt in der Folge zu einer Konvergenz der Löhne von Hoch- und Geringqualifizierten, da mehr Alte die Nachfrage nach Pflegeprodukten erhöhen, ein Teil der Geringqualifizierten in den Pflegesektor abwandert und die Löhne von Geringqualifizierten in beiden Sektoren steigen, während die Löhne von Hochqualifizierten im Industriesektor fallen.

Dass ein steigender Altenanteil tatsächlich zu Lohnkonvergenz beitragen kann, ist nicht mehr als eine Hypothese. Ihre Prüfung wird dadurch erschwert, dass die große Zunahme des Altenanteils erst bevorsteht. Bereits heute testen lassen sich hingegen die zwei zentralen Annahmen des Modells: Dass Alte erstens andere Produkte konsumieren als Junge, und dass zweitens die Konsumgüter alter Menschen einen höheren Faktoreinsatz an geringqualifizierter Arbeit benötigen. Die erste Annahme dürfte unproblematisch sein. Mit der zweiten Annahme hingegen steht und fällt das

Modell, und ihrer Überprüfung kommt Priorität zu.

Sollte sich diese Annahme als haltbar erweisen, so ließe sich das Modell in verschiedener Hinsicht verbessern und erweitern. Das Modell könnte besser in einen Modellrahmen integriert werden, wie er in der Literatur über Lohndisparität üblich ist. Die Verwendung von CES-Produktionsfunktionen in beiden Sektoren könnte das Modell realistischer gestalten und würde damit Simulationen mit echten Werten den Weg ebnen.

Eine interessante Erweiterung stellt möglicherweise die Einbeziehung von Kapital dar. Wenn Konsumgüter alter Menschen weniger kapitalintensiv sind, so müsste eine Zunahme des Altenanteils auch zu geringeren Kapitalrenditen führen, was ein zusätzliches Argument für einen »Asset Meltdown« darstellen würde.

A Anhang

A.1 Totales Differential

Analytisch können die Auswirkungen eines exogenen Schocks auf den Gleichgewichtspreis p^* und den Lohn hoch- und geringqualifizierter Arbeit w_l^* bzw. w_h^* durch die Bildung des totalen Differentials untersucht werden. Das totale Differential beschreibt die Veränderung des Gleichgewichtswertes von p bei kleinen Änderungen einer exogenen Variable. Das totale Differenzial von Gleichung (7) lautet:

$$dR \cdot \underbrace{(1-\alpha)\alpha A \frac{n_h^\alpha}{p\, n_{l1}^{1+\alpha}}}_{>0} + dA \cdot \underbrace{(1-\alpha)\left(\frac{n_h}{n_{l1}}\right)^\alpha}_{>0} +$$
$$d\alpha \cdot \underbrace{A\left(\frac{n_h}{n_{l1}}\right)^\alpha \left[(1-\alpha)\ln\left(\frac{n_h}{n_{l1}}\right) - 1\right]}_{<0} + dn_l \cdot \underbrace{-(1-\alpha)\alpha A \frac{n_h^\alpha}{n_{l1}^{1+\alpha}}}_{<0} +$$
$$dn_h \cdot \underbrace{(1-\alpha)\alpha A \frac{1}{n_h^{1-\alpha}\, n_{l1}^\alpha}}_{>0} + dp \cdot \underbrace{\left[-(1-\alpha)\alpha AR \frac{n_h^\alpha}{p^2\, n_{l1}^{1+\alpha}} - 1\right]}_{<0} = 0$$

wobei $R = rn_o$ (Gesamtrente) und $n_{l1} = n_l - R/p$ (Beschäftigung Geringqualifizierter im Industriesektor) der Vereinfachung des Ausdrucks dienen. Alle partiellen Ableitungen lassen sich in Bezug auf das Vorzeichen eindeutig interpretieren.[3]

Um nun den partiellen Effekt einer Variable auf dp zu berechnen, werden alle übrigen Differenziale gleich 0 gesetzt. Eine Erhöhung von R um 1 führt beispielsweise zu einer Erhöhung von p um dp/dR. Dies kann durch Umformung aus Gleichung (9) berechnet werden, indem dA, $d\alpha$, dn_l und dn_h gleich 0 gesetzt werden:

$$\frac{dp}{dR} = \frac{(1-\alpha)\alpha A \frac{n_h^\alpha}{p\, n_{l1}^{1+\alpha}}}{(1-\alpha)\alpha AR \frac{n_h^\alpha}{p^2\, n_{l1}^{1+\alpha}} + 1} = \left[\frac{R}{p} + \frac{p\, n_{l1}^{1+\alpha}}{A\alpha(1-\alpha)n_h^\alpha}\right]^{-1} \tag{11}$$

Dieser Ausdruck ist positiv. Eine Erhöhung der Rente führt zu höheren Preisen für Produkt 2 und zu höheren Löhnen für geringqualifizierte Arbeit.

---

[3] Nicht auf Anhieb ersichtlich ist das negative Vorzeichen der partiellen Ableitung nach α: Damit der gesamte Ausdruck negativ wird, muss der Ausdruck in der eckigen Klammer negativ sein. Dies kann umgeformt werden zu:

$$\ln\left(\frac{n_h}{n_{l1}}\right) < \frac{1}{\alpha}\,\frac{\alpha}{1-\alpha} \tag{9}$$

$\alpha/(1-\alpha)$ entspricht bei einer Cobb-Douglas Funktion den relativen Kostenanteilen der Produktionsfaktoren $w_h n_h / w_l n_{l1}$. Ungleichung (9) wird daher zu:

$$\ln\left(\frac{n_h}{n_{l1}}\right) < \frac{1}{\alpha}\,\frac{w_h}{w_l}\,\frac{n_h}{n_{l1}} \tag{10}$$

Da $w_h \geq w_l$, sind die beiden ersten Brüche auf der rechten Seite ≥ 1, womit die Ungleichung zutrifft.

Die marginalen Effekte für die übrigen exogenen Variablen lauten folgendermaßen

$$\frac{dp}{dn_l} = -\left[\frac{R}{p^2} + \frac{n_{l1}^{1+\alpha}}{A\alpha(1-\alpha)n_h^{\alpha}}\right]^{-1} \tag{12}$$

$$\frac{dp}{dn_h} = \left[\frac{Rn_h}{p^2 n_{l1}} + \frac{n_h^{1-\alpha}n_{l1}^{\alpha}}{A\alpha(1-\alpha)}\right]^{-1} \tag{13}$$

$$\frac{dp}{dA} = \left[\frac{\alpha AR}{p^2 n_{l1}} + \frac{n_{l1}^{\alpha}}{(1-\alpha)n_h^{\alpha}}\right]^{-1} \tag{14}$$

$$\frac{dp}{d\alpha} = \frac{A\left(\frac{n_h}{n_{l1}}\right)^{\alpha}\left[(1-\alpha)\ln\left(\frac{n_h}{n_{l1}}\right)-1\right]}{-\left[(1-\alpha)\alpha AR\frac{n_h^{\alpha}}{p^2\, n_{l1}^{1+\alpha}}+1\right]} \tag{15}$$

und sind in Bezug auf das Vorzeichen eindeutig zu interpretieren. Eine Erhöhung von n_h und A führt zu einer Erhöhung von p, eine Erhöhung von n_l und α zu einer Reduktion. Der letzte Befund folgt aus dem in Fußnote 3 beschriebenen Umstand, nach dem der Zähler von (15) positiv ist.

Wenn der Gleichgewichtspreis p^* bestimmt ist, so ist auch der Lohnsatz von Hochqualifizierten w_h bestimmt. Die Auswirkungen eines Schocks auf w_h lassen sich mittels des totalen Differentials von Gleichung (8) folgendermaßen analysieren:

$$\begin{aligned} & dR \cdot \underbrace{-(1-\alpha)\alpha A\frac{1}{p\, n_h^{1-\alpha}\, n_{l1}^{\alpha}}}_{<0} + dA \cdot \underbrace{\alpha\left(\frac{n_h}{n_{l1}}\right)^{1-\alpha}}_{>0} + \\ & d\alpha \cdot \underbrace{A\left(\frac{n_{l1}}{n_h}\right)^{1-\alpha}\left[1-\alpha\ln\left(\frac{n_{l1}}{n_h}\right)\right]}_{?} + dn_l \cdot \underbrace{(1-\alpha)\alpha A\frac{1}{n_h^{1-\alpha}\, n_{l1}^{\alpha}}}_{>0} + \\ & dn_h \cdot \underbrace{-(1-\alpha)\alpha A\frac{n_{l1}^{1-\alpha}}{n_h^{2-\alpha}}}_{<0} + dp \cdot \underbrace{(1-\alpha)\alpha AR\frac{1}{p^2\, n_h^{1-\alpha}\, n_{l1}^{\alpha}}}_{>0} - dw_h = 0 \end{aligned} \tag{16}$$

Erneut lassen sich die partiellen Ableitungen mit Ausnahme derjenigen nach α in bezug auf das Vorzeichen leicht interpretieren.[4]

Ein Schock beeinflusst w_h auf zweierlei Weise: Zum einen führt er zu einer direkten Veränderung, zum anderen verändert er p^*. Um beispielsweise den Effekt einer Erhöhung von R auf w_h zu untersuchen, müssen dA, $d\alpha$, dn_l und dn_h gleich 0 gesetzt werden. Da dp aus Gleichung (11) bekannt ist, lässt sich Gleichung (16) umformen zu:

[4] Die partielle Ableitung nach α ist positiv, solange $n_{l1}/n_h < e^{1/\alpha}$. Wenn α und n_{l1}/n_h beide hoch sind (etwa für $\alpha = 0.8$ und $n_{l1}/n_h > 3.49$), wird die partielle Ableitung negativ. Eine Erhöhung von α führt in diesem Falle zu einer Reduktion von w_h. Der Grund liegt darin, dass der Effekt einer Erhöhung von α auf den gesamten Output die Erhöhung des Entschädigungsanteils überkompensiert.

$$\frac{dw_h}{dR} = \left[\frac{R}{p} + \frac{p\, n_{l1}^{1+\alpha}}{A\alpha(1-\alpha)n_h^{\alpha}}\right]^{-1} \cdot (1-\alpha)\alpha AR \frac{1}{p^2\, n_h^{1-\alpha}\, n_{l1}^{\alpha}} - (1-\alpha)\alpha A \frac{1}{p\, n_h^{1-\alpha}\, n_{l1}^{\alpha}}$$

Der erste Ausdruck auf der rechten Seite beschreibt die Zunahme von w_l, die durch die Erhöhung von p^* verursacht wird. Der zweite Ausdruck beschreibt den direkten negativen Einfluss von R auf w_l. Ausklammern und Umformen des Ausdrucks ergibt

$$\frac{dw_h}{dR} = \left(\left[1 + \frac{p^2\, n_{l1}^{1+\alpha}}{RA\alpha(1-\alpha)n_h^{\alpha}}\right]^{-1} - 1\right)(1-\alpha)\alpha A \frac{1}{p\, n_h^{1-\alpha}\, n_{l1}^{\alpha}}$$

Der Ausdruck in den großen runden Klammern und damit der gesamte Ausdruck ist negativ. Eine Erhöhung der Rente führt daher zu niedrigeren Löhnen für hochqualifizierte Arbeit.

Auf ähnliche Weise lassen sich die Auswirkungen aller exogenen Schocks untersuchen:

$$\frac{dw_h}{dn_l} = \left(1 - \left[1 + \frac{p^2\, n_{l1}^{1+\alpha}}{RA\alpha(1-\alpha)n_h^{\alpha}}\right]^{-1}\right)(1-\alpha)\alpha A \frac{1}{n_h^{1-\alpha}\, n_{l1}^{\alpha}} \tag{17}$$

$$\frac{dw_h}{dn_h} = \left(\left[1 + \frac{p^2\, n_{l1}^{1+\alpha}}{RA\alpha(1-\alpha)n_h^{\alpha}}\right]^{-1} - 1\right)(1-\alpha)\alpha A \frac{h_{l1}^{1-\alpha}}{n_h^{2-\alpha}} \tag{18}$$

$$\frac{dw_h}{dA} = \left[\frac{\alpha AR}{p^2 n_{l1}} + \frac{n_{l1}^{\alpha}}{(1-\alpha)n_h^{\alpha}}\right]^{-1}(1-\alpha)\alpha AR \frac{1}{p^2\, n_h^{1-\alpha}\, n_{l1}^{\alpha}} + \alpha\left(\frac{n_h}{n_{l1}}\right)^{1-\alpha} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}\frac{dw_h}{d\alpha} &= A\left(\frac{n_h}{n_{l1}}\right)^{\alpha}\left[(1-\alpha)\ln\left(\frac{n_h}{n_{l1}}\right) - 1\right](1-\alpha)\alpha AR \frac{1}{p^2\, n_h^{1-\alpha}\, n_{l1}^{\alpha}} \\ &+ A\left(\frac{n_{l1}}{n_h}\right)^{1-\alpha}\left[1 - \alpha\ln\left(\frac{n_{l1}}{n_h}\right)\right]\end{aligned} \tag{20}$$

Den entgegengesetzten Verlauf der direkten und indirekten Effekte findet man mit Ausnahme von dw_h/dA bei allen exogenen Variablen. Der Nettoeffekt lässt sich mit Ausnahme von $dw_h/d\alpha$ [5] jedoch eindeutig analysieren, indem jeweils das Vorzeichen der großen runden Klammern betrachtet wird. Dieses ist negativ im Fall von dw_h/dR, positiv im Falle von dw_h/dn_l, und negativ im Falle von dw_h/dn_h. Entsprechend führt eine Erhöhung von n_l und A zu einer Erhöhung von w_l, eine Erhöhung von R und von n_h zu einer Reduktion. Die Ergebnisse dieser Berechnungen in Bezug auf das Vorzeichen sind in Tabelle 1 im Text zusammengefasst.

[5] $dw_h/d\alpha$ ist kaum zu vereinfachen und in Bezug auf das Vorzeichen nicht eindeutig interpretierbar. Der erste Summand ist negativ (Fußnote 3), der zweite in der Regel positiv (Fußnote 4). Für übliche Werte dürfte der Nettoeffekt in der Regel positiv sein.

Literatur

Acemoglu 2002
Acemoglu, Daron: Technical Change, Inequality, and the Labor Market. In: *Journal of Economic Literature* 40 (2002), März, Nr. 1, S. 7–72

Berman u. a. 1998
Berman, Eli ; Bound, John ; Machin, Stephen: Implications of Skill-Biased Technological Change: International Evidence. In: *Quarterly Journal of Economics* 113 (1998), November, Nr. 4, S. 1245–1279

Bloom und Canning 2005
Bloom, David E. ; Canning, David: Global Demographic Change: Dimensions and Economic Significance. In: *Global Demographic Change: Economic Impacts and Policy Challenges*, Federal Reserve Bank of Kansas City, 2005

Gernandt und Pfeiffer 2006
Gernandt, Johannes ; Pfeiffer, Friedhelm: Rising Wage Inequality in Germany / ZEW Zentrum für Europäische Wirtschaftsforschung. 2006 (06-019). – Discussion Paper

Leamer 1996
Leamer, Edward E.: Wage Inequality from International Competition and Technological Change: Theory and Country Experience. In: *American Economic Review* 86 (1996), Mai, Nr. 2, S. 309–314

Nikutowski 2007
Nikutowski, Oliver: *Theorien zur Dynamik der Lohnspreizung*, Ludwig-Maximilians-Universität München, Dissertation, 2007